



QUELQUES ASPECTS DES TECHNIQUES DU FILTRE ADAPTÉ

par

Henri MERMOZ

Ingénieur en chef des télécommunications *

I. L'OPÉRATION DU FILTRAGE ADAPTÉ.

Le sonar doit faire face à de nombreux et difficiles problèmes. L'un d'eux est la détection des signaux faibles dans le bruit. Nous en parlerons en nous limitant à la détection *active* c'est-à-dire celle d'échos sonar réfléchis sur des cibles, et supposés, en première approximation, de *forme connue*.

Par rapport au radar, le sonar est affligé, on le sait, d'une extrême *rareté de l'information signal*, et il est essentiel pour lui d'en faire un usage aussi proche que possible de l'optimal.

D'autre part en sonar, comme en radar, les signaux actifs sont à bande étroite et ce fait

— d'une part influe sur les techniques du traitement,

— d'autre part, permet en général d'admettre que le bruit parasite qui accompagne le signal est à *densité spectrale constante* dans la bande utile occupée par le signal.

La question de principe posée aux théoriciens est donc : comment optimiser la détection d'un signal $S(t)$ dans un bruit à densité spectrale uniforme ?

La réponse des théoriciens est bien connue. Débarrassée des détails et des réserves qui chargeraient inutilement cet exposé *technique* elle peut s'énoncer :

il faut filtrer l'information incidente (contenant du bruit et éventuellement du signal) par un filtre linéaire défini par la réponse percussionnelle $S(-t)$ ou de façon équivalente (*) par son gain complexes $s^*(\nu)$

$$S(-t) \rightleftharpoons s^*(\nu).$$

Ce filtre est dit « filtre adapté » au signal $S(t)$ et ce sont les techniques de ce filtrage que nous allons décrire.

En réalité ce filtre n'est défini qu'à un facteur près (ce qui est évident) et à un *retard* près, ce qui permet de respecter le principe de causalité pour des signaux de durée finie.

Lorsqu'on l'écrit strictement sous la forme $S(-t)$, on fait implicitement une convention de temps. On

prend pour instant origine, le moment le plus favorable à la détection ; c'est celui où se présente à la sortie du filtre un maximum, généralement bref et « pointu », lorsqu'on applique à l'entrée le signal $S(t)$ lui-même.

Cette convention traduit donc la réalité à une translation près dans le temps.

II. CLASSIFICATION DES PROCÉDÉS.

La réalisation du filtrage adapté revêt des aspects si variés qu'on peut en oublier l'unité de conception. Il n'est pas question d'entrer ici dans le détail de chacun mais seulement d'essayer de les classer en catégories.

La division la plus naturelle est liée au double aspect spectral et temporel de la définition.

a) On peut songer à réaliser la synthèse du gain complexe $s^*(\nu)$ soit avec des réseaux à constantes localisées, soit avec des lignes, soit par des procédés optiques.

On citera comme exemple :

- les lignes dispersives,
- le filtrage optique en lumière cohérente.

b) On peut aussi songer à réaliser la *convolution* de l'information incidente $I(t)$ par la réponse percussionnelle $S(-t)$ c'est-à-dire calculer :

$$I(t) * S(-t) = \int I(\theta) S(\theta - t) d\theta = \int S(\lambda) I(\lambda + t) d\lambda.$$

Les limites des intégrales, en principe infinies, se trouvent être finies, le signal ayant, en pratique, une durée finie T . Il suffit de regarder la seconde intégrale pour voir que l'opération de convolution se décompose en trois étapes, *pour chaque valeur de t* :

- α) stockage dans une mémoire de l'information incidente sur une durée T ,
- β) produit point par point avec $S(t)$,
- γ) intégration du produit sur la durée T .

* Attaché aux services techniques de l'Armée.

(*) Le signal \rightleftharpoons indique la correspondance de Fourier. La règle se généralise aux complexes par

$$S^*(-t) \rightleftharpoons s^*(\nu),$$

et s'applique sous cette forme aux signaux analytiques (cf. § IIIb).



Tout ceci donne la valeur de la convolution à l'instant t . Pour l'avoir à l'instant $t + \Delta t$, il faut tout recommencer avec une tranche d'information incidente décalée de Δt par rapport à la précédente.

Appelons *convoluteurs* les appareils qui font cette opération *en temps réel* et d'une façon continue. On distinguera deux catégories :

— les *convoluteurs à copie unique*, soit *fixe*, soit *mobile* ;

— les *convoluteurs statiques, multicopies*.

Dans la première catégorie nous décrirons comme exemple de convoluteur à copie unique *fixe* :

— la ligne à retard « à prises »,

— la convolution optique.

Puis nous donnerons comme exemple de convoluteur à copie unique *mobile*, un type de convoluteur optique à tambour (en optique non cohérente). Dans la seconde catégorie nous décrirons un modèle idéalisé, effectivement appliqué au sonar et nous indiquerons en quoi il s'applique particulièrement aux signaux à *bande étroite d'amplitude constante*.

III. SYNTHÈSE DU GAIN COMPLEXE : LES LIGNES DISPERSIVES.

Revenons à la division générale des procédés et donnons comme premier exemple des procédés de synthèse du gain complexe, celui dit des « lignes dispersives ». Il s'agit là de justifier l'affirmation : *une ligne dispersive est un filtre adapté pour un signal modulé linéairement en fréquence*.

Pour l'essentiel, la justification tient dans l'existence purement mathématique d'une paire de Fourier qui fait correspondre au gain complexe

$$s^*(\nu) = \exp \{ 2\pi i \nu^2 / \alpha^2 \},$$

le signal

$$S(t) = ((\alpha/\sqrt{2}) \exp \{ i\pi/4 \}) \exp \{ -2\pi i \alpha^2 t^2/4 \},$$

où α est une fréquence fixe.

Or le gain $s^*(\nu)$ est celui d'un filtre « passe-tout » idéal, d'argument quadratique en ν et correspondant par conséquent à un « retard » linéaire en ν :

$$\theta(\nu) = 2\nu/\alpha^2.$$

C'est une ligne dispersive par définition. Quant à $S(t)$ c'est une loi de phase quadratique en t , donc une loi de *fréquence linéaire en t* . C'est donc un signal modulé linéairement en fréquence. Bien que cette explication soit le nœud de la question, elle a besoin d'être complétée (ce que nous ne pouvons faire ici que très rapidement en renvoyant à la bibliographie).

a) Tel qu'il est décrit plus haut le signal $S(t)$ n'est pas limité en temps. Le calcul complet répond à cela qu'un signal de durée T ayant la même loi de phase, et pourvu que

$$T \gg 1/\alpha,$$

correspond bien à un gain complexe de filtre adapté $s^*(\nu)$ à argument quadratique en ν tel qu'il est également écrit ci-dessus. Mais la loi quadratique n'a besoin d'être alors correcte *que* dans la bande *pratiquement limitée* (*) occupée par le signal, bande très approximativement égale à la bande « balayée » pendant la durée T :

$$B = \alpha^2 T/2.$$

Tout ceci se résume en disant que si la condition

$$BT \gg 1,$$

est remplie, la « démonstration » initiale reste vraie entre une « fenêtre temporelle » limitée et une « fenêtre spectrale » pratiquement limitée. Or, c'est le cas intéressant et recherché en pratique, puisque la valeur du produit BT mesure le gain du procédé.

Appelons alors $S_T(t)$ le signal à phase quadratique de durée T .

b) L'expression de $S_T(t)$ n'en est pas moins complexe, alors que, en pratique, les signaux sont réels et à bande étroite (ce qui n'est pas contradictoire avec la condition $BT \gg 1$). Pour y voir tout à fait clair, il faut alors passer par la notion de *signal analytique* et même *d'amplitude complexe de signal analytique*, notions qui permettent de représenter des signaux réels à bande étroite, par des signaux complexes. On s'aperçoit alors que le signal complexe $S_T(t)$ peut être considéré comme l'amplitude complexe du signal analytique d'un signal réel à bande étroite et à phase quadratique (modulé linéairement en fréquence). La démonstration initiale se trouve validée par un théorème très simple à démontrer et qui exprime, en quelque sorte, qu'il suffit de raisonner, *comme on l'a fait au début*, sur l'amplitude complexe du signal analytique. Précisons cette règle, plus longue à énoncer qu'à prouver : à un facteur près, l'amplitude complexe du signal analytique de la réponse percussionnelle du filtre adapté à un signal à bande étroite, est égale à la réponse percussionnelle du filtre adapté de l'amplitude complexe du signal analytique du signal considéré (**).

Il n'entre pas dans le cadre de cet exposé de parler des milieux physiques qui permettent, à bande étroite, de réaliser une loi de retard linéaire. Notons seulement que le résultat le plus apparent d'une ligne dispersive est de transformer un signal d'entrée long (durée T) en un signal de sortie bref (durée $1/B$) en retardant inégalement les fréquences successives présentées à l'entrée. Les spécialistes appellent à juste titre *compression d'impulsion* ce phénomène. La compression d'impulsion est donc *un cas particulier de filtrage adapté*.

(*) Toutes réserves faites sur l'incorrection théorique de la notion du signal limité à la fois en durée et en spectre.

(**) Cet énoncé illustre les difficultés qu'on peut éprouver à parler du signal analytique d'un signal, surtout lorsqu'il faut parler en même temps du signal analytique du bruit. Il semble qu'un effort de sémantique serait nécessaire pour éviter des confusions (modèle analytique ?)

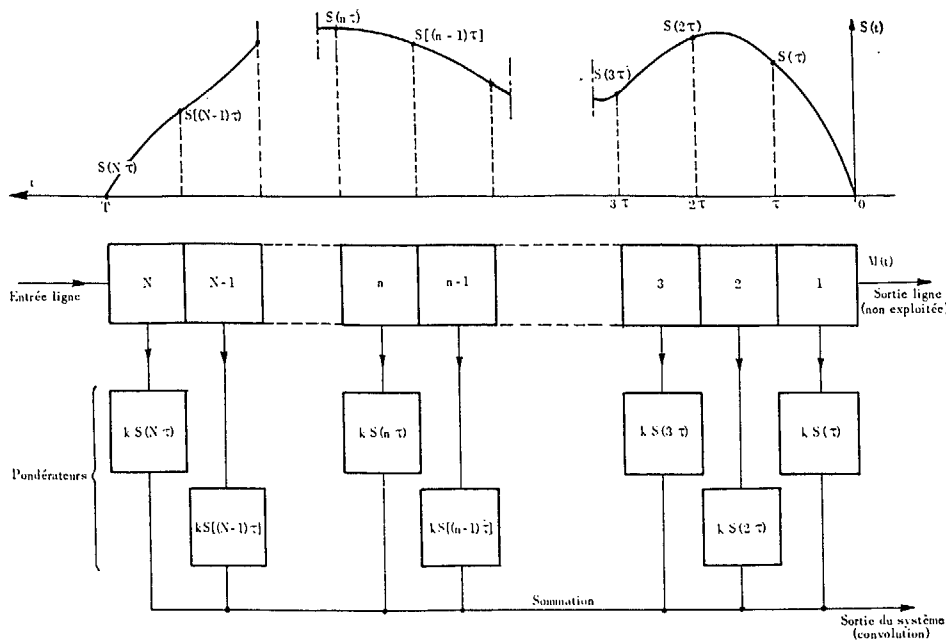


FIG. 1. — Lignes à retard à prises.

**IV. SYNTHÈSE DU GAIN COMPLEXE :
FILTRAGE OPTIQUE
EN LUMIÈRE COHÉRENTE.**

Résumons en quelques mots un principe bien connu.

En lumière cohérente la distribution de la lumière dans un plan perpendiculaire à l'axe d'un système optique peut être représentée par une phase et une amplitude *en chaque point*, donc comme un *nombre complexe fonction de 2 coordonnées cartésiennes x et y*. Entre le plan focal objet et le plan focal image d'une lentille, les deux distributions sont transformées de Fourier *bidimensionnelles* l'une de l'autre. Si l'une représente une information incidente l'autre est son « spectre ». Pour filtrer il faut modifier ce spectre point par point suivant la loi du gain *complexe bidimensionnel* que l'on veut réaliser. D'une façon très idéalisée on peut concevoir l'opération faite à l'aide d'une plaque placée dans le plan focal *image* ; cette plaque est telle que la racine carrée de sa transparence (c'est-à-dire le facteur de transfert de l'*amplitude*) d'une part, et son épaisseur (ou son indice) d'autre part varient d'un point à un autre selon la loi du gain complexe. Le filtrage s'opère à la traversée de la plaque sous la forme d'un produit point par point du spectre à modifier par le gain complexe. Une seconde lentille, opérant une nouvelle transformation de Fourier, donne l'information incidente *filtrée*.

Une plaque ou un film du même type peut servir d'ailleurs de support à l'information incidente, dans le plan focal *objet* de la première lentille. Si cette information est monodimensionnelle, elle peut être inscrite de façon « uniforme en y ». Son spectre est alors concentré sur la direction x et sur la plaque « filtre » le « gain complexe » peut s'inscrire alors de façon uniforme en y.

**V. LES CONVOLUTEURS
A COPIE UNIQUE FIXE :
LA LIGNE A RETARD « A PRISES »
ET SES VARIANTES.**

La ligne à retard « à prises » est l'image idéalisée la plus générale qu'on puisse donner de ce genre de convoluteurs. Imaginons (Fig. 1) une ligne à retard idéale dont le retard total est T.

— L'information incidente $I(t)$ est introduite à gauche et sort à droite sous le nom $M(t)$.

— Divisons la ligne en N cellules $\tau = T/N$ et dotons chaque cellule d'une prise qui teste à chaque instant la tension présente. A la sortie de la $n^{\text{ème}}$ cellule, où pondère la tension testée par un coefficient p_n et la sortie du système est la somme des tensions pondérées.

Le coefficient p_n est déterminé comme suit : imaginons le signal introduit et immobilisé dans la ligne de façon à la remplir tout entière et dans le sens normal de propagation. Sa valeur dans la $n^{\text{ème}}$ cellule est

$$S(n\tau) = p_n.$$

D'où la sortie

$$\sum_n S(n\tau) M(t + n\tau),$$

à comparer avec

$$\int M(t + \theta) S(\theta) d\theta,$$

qui donne la convolution de $M(t)$ par $S(-t)$. L'intégrale est la limite du Σ quand $n \rightarrow \infty$, $\tau \rightarrow 0$, de telle sorte que $n\tau = T$.

Donc si le nombre de cellules représente un échantillonnage suffisant des signaux, la ligne à retard à prises est un filtre adapté.

La copie unique et fixe est représentée par la suite des coefficients p_n .

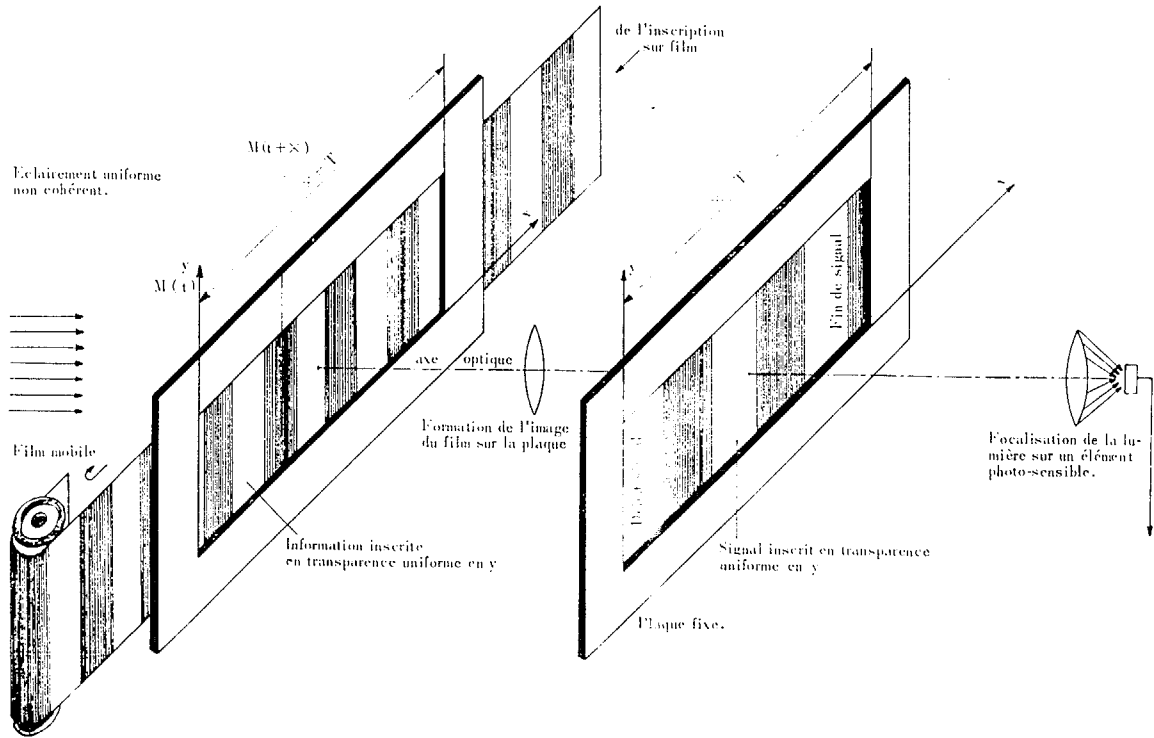


FIG. 2. — Convolution en optique non cohérente.

Le procédé consiste à faire défiler l'information incidente devant la copie et à mesurer à chaque instant le « degré de ressemblance » global fait de la somme des « ressemblances point par point ».

Il est clair par conséquent que la ligne à retard à prises peut affecter les formes les plus diverses. La mémoire peut être un ruban magnétique, les prises étant constituées par une batterie de têtes de lecture. N'importe quel procédé d'enregistrement lecture peut être utilisé de cette façon.

Mais plus intéressante encore est la possibilité d'utiliser comme mémoire *le milieu de transmission lui-même*. Imaginons une série de capteurs équidistants (les prises) alignés sur une perpendiculaire à l'onde plane susceptible de transporter le signal. On arrive ainsi à la notion d'*antenne-copie* spécialisée dans une direction donnée.

La règle de l'équidistance des prises n'est pas elle-même absolue. On peut concevoir des prises toutes identiques, non pondérées, mais dont *la densité de répartition le long de la ligne représente* la copie du signal. D'une façon analogue, et pour un signal modulé en fréquence ou en phase, on peut répartir les prises de telle sorte que lorsque le signal les recouvre toutes, il présente à chacune un maximum de même signe de ses alternances successives.

Enfin il est évident que lorsque l'information incidente est échantillonnée, la ligne à retard peut être remplacée par un circuit logique du type « registre à décalage ». Pour une information quantifiée, chaque bit peut être traité de la même façon. La transposition du procédé en technique numérique ne pose que les problèmes classiques des pertes de performance dues à l'échantillonnage et à la quantification.

VI. CONVOLUTEURS A COPIE FIXE. CONVOLUTION OPTIQUE.

Rappelons d'abord l'exemple très simple et classique de la convolution en optique non cohérente. L'information incidente (Fig. 2) est inscrite sur un film qui se déroule perpendiculairement à l'axe optique d'un système éclairé par un faisceau parallèle de lumière non cohérente. L'inscription est faite en *transparence* (facteur de transfert de l'intensité).

On forme l'image d'une portion d'information incidente (correspondant à la durée T) sur une plaque qui porte elle-même, inscrite en transparence, la copie du signal. A la traversée de la plaque se réalise ainsi le produit point par point des deux transparences qui représentent respectivement l'information incidente à l'instant t , et le signal.

Focalisons la totalité de la lumière résultant de cette superposition sur une cellule photosensible. L'intensité totale étant la somme (non cohérente) des intensités point par point, on obtient ainsi l'intégration désirée. La cellule fournit un courant proportionnel, à chaque instant, à la convolution cherchée.

L'inconvénient d'un tel procédé est de ne pouvoir traiter que des informations et des signaux monopolaires, l'intensité étant un paramètre positif par essence.

Il existe plusieurs façons d'y remédier. L'une d'elle consiste par exemple à traiter séparément les deux signes d'une information bipolaire. Une autre, plus délicate, consiste à faire appel à l'optique

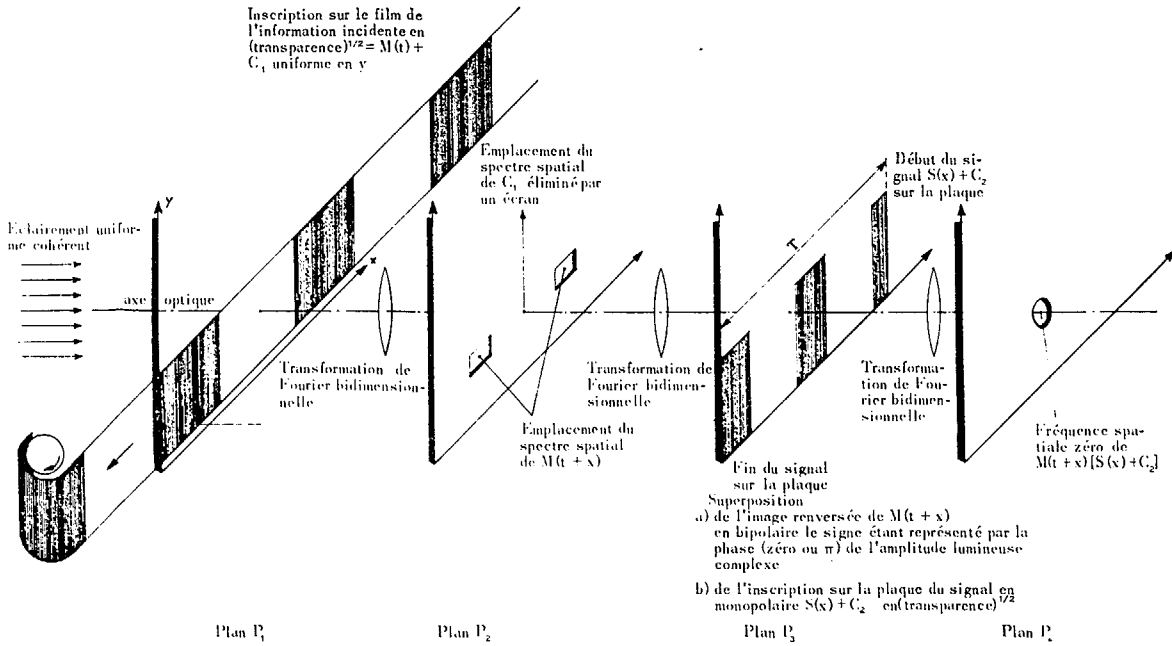


FIG. 3. — Convolution en optique cohérente.

cohérente. Le procédé, idéalisé, est illustré par la figure 3.

L'information incidente est toujours inscrite sur un film, comme dans la figure 2, mais cette fois en « racine carrée de la transparence » c'est-à-dire en facteur de transfert de l'amplitude. L'éclairement du système se fait en lumière parallèle cohérente. Une première lentille réalise, entre ses plans focaux P_1 et P_2 (il ne s'agit plus d'image), une transformation de Fourier, rendue monodimensionnelle par « l'uniformité en y » de l'inscription originale.

Partons d'une information incidente originale $M(t)$ supposé bipolaire, de moyenne nulle (pas de composante continue) et à bande étroite. Elle n'a pu s'inscrire sur le film qu'avec une constante additive C_1 telle que :

$$M(t) + C_1 > 0.$$

Dès lors le « spectre » qui se déploie le long de la dimension x dans le plan P_2 , se compose d'un point brillant sur l'axe optique, qui correspond à la constante C_1 seule, et du spectre de $M(t)$ qui, par hypothèse, est éloigné de cet axe (bande étroite). En masquant cet axe par un écran on « élimine » C_1 et une seconde transformation de Fourier restituée, dans le plan P_3 , l'information $M(t)$ débarrassée de sa constante additive.

Dans le même plan P_3 , une plaque portera le signal inscrit en $[transparence]^{1/2}$ et affecté lui aussi d'une constante additive C_2 (on le suppose aussi bipolaire et à bande étroite).

A la traversée de la plaque il y a donc produit point par point de $M(t)$ et de $(S(t) + C_2)$, compte tenu du signe de $M(t)$. Ce signe est représenté par la phase de la lumière cohérente ($-\pi$ ou $+\pi$) à gauche de la plaque.

Il ne saurait être question — comme dans le procédé non cohérent — de sommer les intensités

qui ne représentent plus les quantités intéressantes. On veut former l'intégrale

$$\int M(t) S(t) dt,$$

égale d'ailleurs à

$$\int M(t) [S(t) + C_2] dt,$$

puisque'on a supposé que $M(t)$ était à moyenne nulle.

Or l'intégrale d'une fonction n'est autre que la composante à fréquence zéro de sa transformée de Fourier.

Réalisons entre P_3 et P_4 une nouvelle transformation. On trouvera autour de l'axe optique, isolable par un diaphragme, une lumière dont l'amplitude et la phase ($-\pi$ ou $+\pi$) représentent la convolution cherchée, en module et en signe. Mais on ne pourra observer ou enregistrer que l'intensité c'est-à-dire le carré du module de la convolution cherchée.

VII. CONVOLUTEURS A COPIE UNIQUE MOBILE.

Ce type de convoluteur évite le stockage de l'information incidente. La figure 4 en décrit un modèle très idéalisé, utilisant l'optique non cohérente.

Partons de la « plaque fixe » de la figure 2 et replions-la sur elle-même bord à bord, selon la paroi d'un cylindre. Celui-ci tournera autour de son axe, à raison d'un tour pour la durée T . Imaginons que l'information $M(t)$ module l'intensité d'une lampe filiforme disposée sur l'axe du cylindre (rayonnement isotrope).

Le cylindre tourne dans un carter percé de fenêtres étroites disposées suivant les génératrices (une seule est figurée). La position de chaque fenêtre est repérée par un temps θ

$$\theta < T,$$

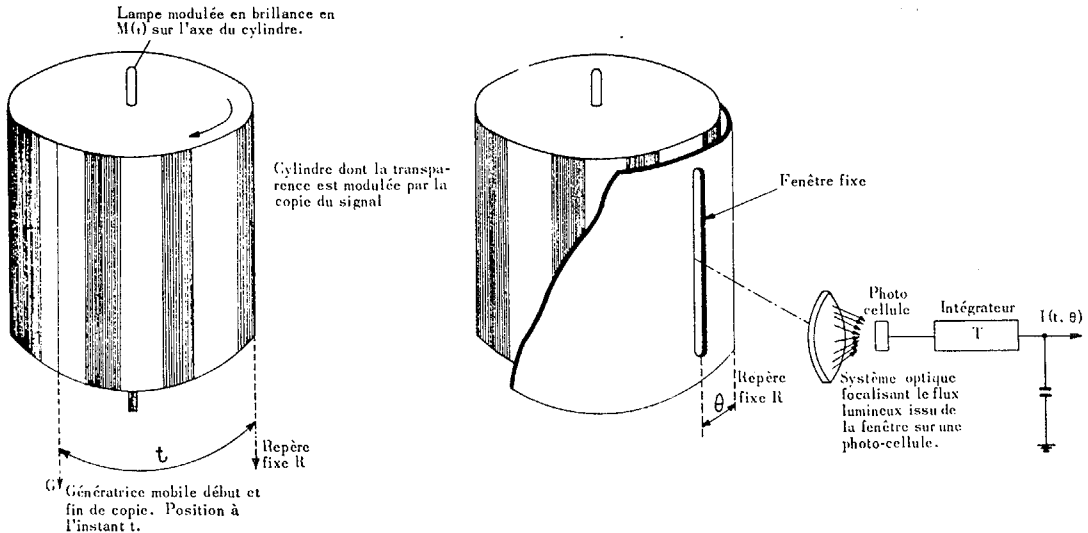


FIG. 4. — Convoluteur optique à tambour.

qui est celui que met une génératrice du cylindre pour aller d'un repère fixe du carter à la fenêtre considérée.

Enfin focalisons la lumière issue de la fenêtre sur une cellule photosensible et traitons le courant électrique obtenu (proportionnel à l'intensité instantanée) par un intégrateur supposé parfait et de constante de temps T .

Dans ces conditions il est évident que la tension de sortie de l'intégrateur est une fonction de t et de la fenêtre considérée c'est-à-dire de θ , soit

$$U(t, \theta).$$

On peut alors montrer qu'à l'instant caractéristique lié à la fenêtre,

$$t = \theta + T,$$

instant où la « copie » achève et recommence son tour devant elle, la fonction $U(t, \theta)$, qui prend la valeur

$$U(\theta + T, \theta),$$

est proportionnelle, en tant que fonction de θ , à la convolution cherchée :

$$M(\theta) * S(-\theta).$$

Donc en testant les fenêtres successives (les sorties des intégrateurs) aux instants caractéristiques successifs avec un commutateur, on obtient sur une sortie unique la convolution cherchée.

Naturellement le processus est cyclique par rapport à la copie. Par conséquent (et bien que nous ayons supposé $\theta < T$ en tant que repère d'une fenêtre) la convolution s'obtient à tout instant, le cylindre et le commutateur tournant en synchronisme, par tranches temporelles T successives.

VIII. CONVOLUTEURS STATIQUES MULTICOPIES.

Il peut être parfois facile de générer des trains de copies récurrentes du signal avec beaucoup de fidélité et de précision.

C'est le cas notamment lorsqu'on peut utiliser des procédés logiques uniquement liés à la précision d'une horloge. Nous verrons plus loin à quels

signaux ceci s'applique particulièrement (cf § XI). Mais il est à peu près évident qu'on peut alors se passer de tout organe mobile (film-tambour) et de tout stockage en s'organisant comme il est indiqué sur la figure 5.

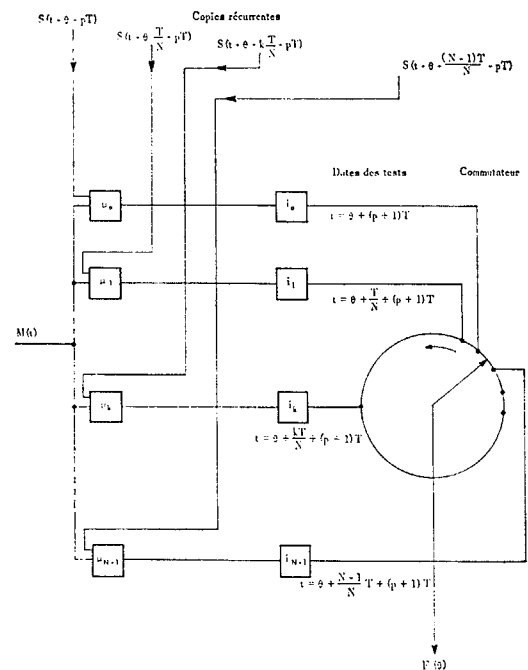


FIG. 5. — Principe du convoluteur multicopie.

L'information $M(t)$ est distribuée sur une batterie de multiplicateurs $\mu_0, \mu_1 \dots \mu_{N-1}$. Le premier μ_0 , reçoit d'autre part une copie $S(t - \theta)$ de date origine θ et se terminant à l'instant $\theta + T$.

Un intégrateur parfait i_0 de constante de temps T fournit une tension

$$U(t, \theta) = \int_{t-T}^t M(\alpha) S(\alpha - \theta) d\alpha,$$

qui prend à l'instant caractéristique fin de copie

$$t = \theta + T,$$

la valeur de la convolution cherchée

$$U(\theta + T, \theta) = M(\theta) * S(-\theta),$$

qui peut être testée par un commutateur.



Renouvelons la copie sur μ_0 . On obtiendra à l'instant $\theta + 2T$ la valeur de la convolution à l'instant $\theta + T$, etc.

Pendant, ce temps, $N - 1$ autres copies récurrentes fournissent des valeurs successives et intermédiaires pourvu qu'elles soient décalées de T/N les unes par rapport aux autres. La sortie du commutateur fournit ainsi indéfiniment la convolution cherchée.

Si N est suffisamment grand, tout signal se présentant dans l'information incidente trouve, sur l'un des multiplicateurs, une copie en coïncidence temporelle. Sur la copie correspondante, et sur celle-là seule, apparaît à la fin de la copie, un maximum transféré par le commutateur à un indicateur de détection.

Dans le cas particulier de signaux à bande étroite autour de la fréquence ν_0 , il est évident cependant que même une coïncidence temporelle suffisante pour les enveloppes du signal et de la copie, peut s'accompagner d'un écart de phase des « porteuses ». Or la sortie du commutateur est maximale pour un écart nul mais elle est nulle pour un écart de $1/4 \nu_0$ (quadrature). Un très petit retard du signal incident est donc critique quant au résultat et il faudrait un nombre de copies N de l'ordre $4 \nu_0 T$ ou plus, pour décrire la convolution. Ceci est bien naturel puisque cette convolution est elle-même à bande étroite autour de ν_0 et oscille rapidement, de ce fait, en fonction de θ (paramètre qui numérote la copie).

On sait qu'il y a deux façons de se ramener, en fait, à $N = BT$ copies (B largeur de bande). Ce sont
 — la convolution hétérodyne,
 — le procédé des composantes basse fréquence.

IX. CONVOLUTION HÉTÉRODYNE.

Dans ce procédé l'information incidente est d'abord « changée de fréquence » par une fréquence locale F dont on admet qu'elle est suffisamment

élevée pour conserver les propriétés d'une porteuse (Fig. 6). Elle est ensuite envoyée sur les multiplicateurs μ . Les intégrateurs sont alors non plus des filtres passe-bas, mais des filtres passe-bande de largeur de bande $1/T$ autour de F . Ils restent parfaits en ce sens que leur réponse percussionnelle est une « tranche de sinusoïde » de durée T à la fréquence F .

Enfin un détecteur d'enveloppe donne à la sortie du filtre, l'amplitude de la fonction (à bande étroite autour de F) que ce filtre fournit.

Dans ces conditions on peut montrer :

1° qu'à l'instant caractéristique « fin de copie » cette amplitude est celle de la convolution cherchée (elle-même à bande étroite autour de ν_0) ; mais une telle enveloppe ayant une largeur de bande B , il suffit alors, pour la décrire, d'un nombre de copies de l'ordre de

$$N = BT ;$$

2° que si on se place avant les détecteurs d'enveloppe, la phase et l'amplitude des tensions issues des filtres aux instants caractéristiques représentent un nombre complexe fonction de θ . En tant que tel, ce nombre est le signal analytique de la convolution cherchée avec sa porteuse originale ν_0 ; celle-ci est donc, en principe, « récupérable » dans le système au prix, bien entendu, d'un nombre de copies suffisant ;

3° enfin si on se place à la sortie des multiplicateurs l'information signal utile est un « battement » à la fréquence F et de durée T . C'est un signal comprimé en fréquence par rapport au signal incident. Cette compression de fréquence est homologue de la compression d'impulsions réalisées par les lignes dispersives.

X. PROCÉDÉ DES COMPOSANTES BASSE-FRÉQUENCE.

Comme précédemment, l'information incidente comporte un signal à bande étroite B autour de ν_0 ,

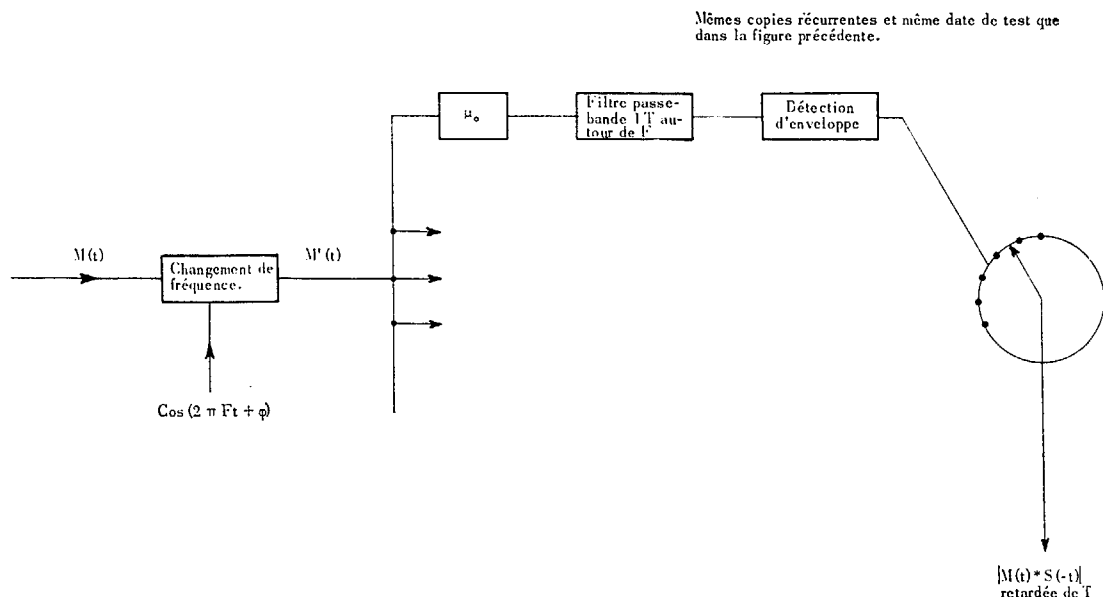


FIG 6 — Principe de la convolution hétérodyne.

et un bruit à densité spectrale uniforme qu'on peut supposer « limité » à une bande

$$W > B,$$

mais également étroite et symétrique autour de ν_0 (Fig. 7) « Démodulons » cette information par deux « locales » en quadrature (Fig. 8) et limitons la bande entre 0 et $B/2$ à la sortie des modulateurs (cette sortie doit donc « passer » la fréquence zéro).

On obtient sur chacune des deux voies un signal et un bruit qui sont respectivement une des « com-

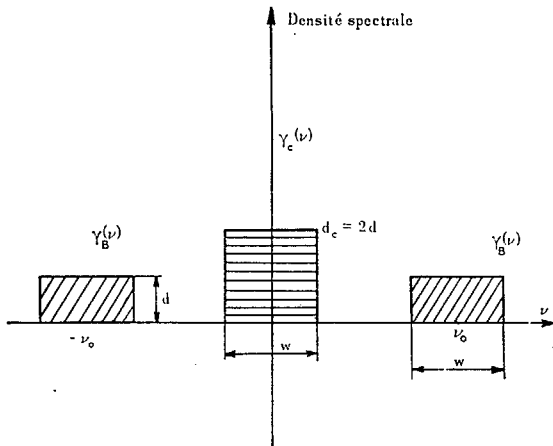


FIG. 7. — Transposition autour de la fréquence zéro.

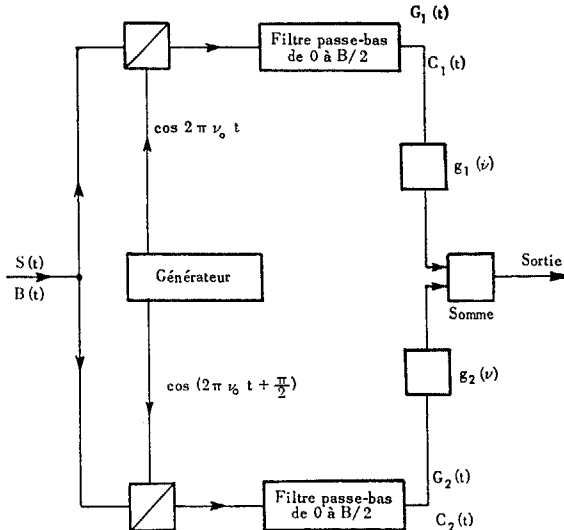


FIG. 8. — Principe du procédé des composantes BF.

posantes basse fréquence » du signal et du bruit originaux.

On peut montrer que les deux bruits $C_1(t)$ et $C_2(t)$ sont non corrélés et de même densité spectrale uniforme dans la bande $(0, B/2)$. Les deux signaux sont $G_1(t)$ et $G_2(t)$.

Dans ces conditions :

1° pour une paire de signaux dans une paire de bruits non corrélés et de même densité spectrale uniforme, le traitement optimal consiste à opérer

le filtrage adapté de chacun d'eux et de sommer les sorties (Fig. 8) ;

2° compte tenu de la façon particulière dont les deux signaux et les deux bruits ont été générés ici, à partir du signal et du bruit originaux, il se trouve que le résultat de l'opération précédente est équivalent au filtrage adapté direct opéré sur l'information originale.

On pouvait s'attendre à ce résultat. Précisons cependant que les deux filtres adaptés évoqués au 1° sont évidemment définis à un même facteur près et à un même retard près. Ils peuvent être réalisés par n'importe lequel des procédés précédents excepté la convolution hétérodyne. Ils se prêtent particulièrement bien à une technologie comportant des échantillonnages, en raison du transfert en basse fréquence de toute l'information utile.

XI. SIGNAUX A BANDE ÉTROITE ET D'AMPLITUDE CONSTANTE.

Les signaux à bande étroite et modulés uniquement en fréquence ou en phase présentent d'abord un intérêt en émission, car ils utilisent au mieux la puissance de crête des émetteurs. Pour cette seule raison ils sont presque *de règle* en sonar et en radar. Mais du point de vue de la convolution d'une information avec leur copie ils se prêtent aussi à une simplification technologique importante.

Si on considère le spectre d'un tel signal après *écrêtage parfait*, ce spectre se distribue en bandes harmoniques plus ou moins compliquées mais, en pratique, spectralement *disjointes*. Si on isole la bande fondamentale elle est identique au signal original.

Il en résulte que si on remplace le signal original par le signal écrêté dans les multiplieurs μ des figures 5 ou 6, les composantes parasites du produit obtenu se séparent spectralement de la composante utile ; celle-ci se retrouve identique à celle qu'aurait donné le signal original non écrêté.

Cela signifie qu'on peut remplacer les multiplieurs par des *modulateurs* beaucoup plus simples. Dans les procédés optiques cela signifie que les « copies » optiques sont faites en « noir et blanc » sur des films, ou bien à l'aide d'écrans opaques percés de trous.

Ainsi cette classe de signaux acceptent, pour les procédés décrits *l'écrêtage côté copie* sans altération ni compromis sur la validité de l'opération effectuée. Il n'en est pas de même « côté $M(t)$ » car l'information incidente faite de signal et de bruit n'est pas à amplitude constante.

Il n'est pas surprenant d'ailleurs que les signaux d'amplitude constante puissent être définis par la seule suite de leurs zéros. Cette propriété les rend particulièrement aptes à une génération électrique du type numérique, liée à la seule précision d'une horloge, et dans lequel par conséquent la fidélité de reproductions successives peut être excellente.



XII. CONCLUSION.

Le panorama précédent est trop vaste pour être détaillé. Il aurait fallu, en particulier, parler des possibilités de l'holographie, à propos du filtrage optique en lumière cohérente (cf paragraphe IV, un hologramme est aussi un nombre complexe fonction de point).

D'autre part chacun de ces « principes techniques » peut lui-même se compliquer et se subdiviser en variantes technologiques diverses dont certaines évoluent très rapidement.

La situation actuelle dans ce domaine est donc très fluide et très complexe en ce qui concerne le choix de solutions industrielles.

Est-ce l'optique qui l'emportera ou les solutions électriques en circuits microminiaturisés ?

La réponse ne peut venir que d'expériences multiples limitées au domaine des maquettes expérimentales. Le champ d'exploration est si vaste que les duplications semblent un gaspillage et qu'une coordination est souhaitable entre tous les laboratoires publics ou privés, s'intéressant à ces passionnantes questions.

BIBLIOGRAPHIE

[1] NORTH (D. O.). Analysis of the factors which determine signal/noise Discrimination in Radar. (Analyse des facteurs qui déterminent le rapport signal/bruit. Cas du radar.) Report PTR-6c, R.C.A. Lab., U. S. A. (juin 1943).

[2] VAN VLECK (J.), MIDDLETON (D.). A theoretical comparison on the visual, aural and meter reception of pulsed signals in the presence of noise. (Comparaison théorique de la réception visuelle, auditive et métrique des signaux pulsés en présence de bruit.) *J. Appl. Phys.*, U. S. A. (nov. 1946), 17, pp. 940-974.

[3] DWORK (B. M.). Detection of a pulse surimposed on fluctuation noise. (Détection d'une impulsion surimposée aux fluctuations du bruit.) *Proc. I.E.E.E.*, U. S. A. (juil 1950), 38, n° 7, pp. 771-774, 2 fig., bibl. (4 réf.).

[4] ZADEH (L. A.), RAGAZZINI (J.R.). Optimum filters for the detection of signals in noise. (Filtres optimaux pour la détection de signaux dans le bruit.) *P.I.R.E.*, U. S. A. (oct. 1952), 40, n° 10, pp. 1223-1234, 3 fig., bibl. (18 réf.).

[5] BLANC-LAPIERRE (A.). Modèles statistiques pour l'étude des phénomènes de fluctuation (chap. IV),

Masson, Paris (1963), 148, p. nombr. fig., bibl. (20 réf.).

[6] WOODWARD (P. M.). Probability and information theory with application to Radar. (Probabilité et théorie de l'information avec application au radar.), *Pergamon*, London (1957), 128, p. 20 fig., 2 tabl., bibl. (9 réf.).

[7] KLAUDER (J. R.), PRICE (A. C.), DARLINGTON (S.), ALBERSHEIM (W. J.), The theory and design of chirp radar. (Théorie et étude du radar type « chirp »), *Bell Syst. techn. U. S. A.* (juil. 1960), 39, n° 4, pp. 745-808, 38 fig., bibl. (20 réf.).

[8] COOK (Ch. E.). Pulse compression, key to more efficient radar transmission. (Compression des impulsions, moyen d'améliorer la transmission radar) *Proc. I.R.E.*, U. S. A. (mars 1960), 48, n° 3, pp. 310-316, 9 fig., bibl. (11 réf.).

[9] BERNFELD (M.). Pulse compression technique. (Technique de la compression des impulsions.) *Proc. I.E.E.E.* (sept. 1963), 51, n° 9, p. 1261, 2 fig., bibl. (2 réf.).

[10] TOURNOIS (P.). Application des ondes de Love à la compression d'impulsions modulées linéairement en fréquence. *C. R. Acad. Sci.*, Fr. (28 sept. 1964), 259, n° 13, pp. 2081-2084, 2 fig., bibl. (8 réf.).

[11] TOURNOIS (P.). Analogie optique de la compression d'impulsion. *Ann. de Radioélectr.*, Fr. (oct. 1964), 19, n° 78, pp. 267-280, 12 fig., bibl. (13 réf.).

[12] MARÉCHAL (A.), FRANÇON (M.). Traité d'optique instrumentale. (Première section, tome 2). Diffraction et structure des images. *Revue d'optique*, Paris (1960), 204 p.

[13] CHEATHAM (T. P.), KOHLENBERG (A.). Optical filters. Their equivalent to and different from electrical networks. (Filtres optiques, leurs équivalents et leur différence avec les réseaux électriques.) *I.R.E. Convention. Rec.* Part 4 (1954), pp. 6-12, 8 fig., bibl. (6 réf.).

[14] CUTRONA (L. S.), LEITH (E. N.), PALERMO (C. J.), PORCELLO (L. J.). Optical data processing and filtering systems (Système de filtrage et de traitement des données optiques.) *I.R.E. Trans. I.T.*, U. S. A. (juin 1960), 6, n° 3, pp. 386-400, 20 fig., 2 tabl., bibl. (10 réf.).

[15] O'NEILL (E. L.). Spatial filtering in optics. (Filtrage spatial en optique.) *I.R.E. Trans. I.T.*, U. S. A. (juin 1956), 2, n° 2, pp. 56-65, 9 fig., bibl. (25 réf.).

[16] REVILLON (G.). Nouvelle conception du radar. *Onde élect.*, Fr. (mai 1965), 45 n° 458 pp. 561-567, 13 fig.

[17] PARKS (J. K.). Optical correlation detector for the audio frequency range. (Détecteur de corrélation optique à fréquences audibles.) *J. acoust. Soc. Amer.* (fév. 1965), 37, n° 2, pp. 268-277, 6 fig., bibl. (19 réf.).

[18] BONNET (G.). Transformation non linéaire sans mémoire des signaux aléatoires. *Ann. Télécommun.*, Fr. (sept.-oct. 1964), 19, n° 9-10, pp. 203-220, 12 fig., bibl. (24 réf.).